Приложение к основной образовательной программе

основного общего образования (ООП ООО)

МОУ ИРМО «Листвянская СОШ»

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

**по курсу КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДАЧИ И ИХ РЕШЕНИЯ**

**9 КЛАСС**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**Содержание учебного материала**

***Тема № 1:*** *Множества, элементы множеств.*

Вспомнить с учащимися встречавшиеся ранее примеры множеств, элементов множеств, подмножеств. К прежним примерам из алгебры добавить примеры конечных множеств: цифр, букв, красок, множество учеников класса и т.п.

***Тема №2:*** *Факториал.*

Предложить ученикам формулу факториала: Pn= 1·2·3·...·(n-1)·n=n!, рассмотреть доказательство формулы. Решить задачи с использованием факториала.

***Тема №3:*** *Число размещений.*

Ввести понятие упорядоченного множества, рассмотреть различные размещения. Предложить учащимся придумать по аналогии и обосновать формулу для Anm+1. Получить формулу для числа размещений из *n* по *m* элементов.

Anm = n (n-1) (n-2) ... (n-m+1).

Вывести из этой формулы как следствие следующую формулу:

n!

Anm = –––––––, где 0≤ m ≤n. Здесь вводим 0! = 1.

(n – m)!

***Тема № 4:*** *Число перестановок.*

Рассмотреть задачу о числе размещений по *k* различным местам *k* из *k* разных предметов. Объяснить такую задачу как задачу о числе перестановок. Количество таких способов обозначить через Pk = k!

***Тема № 5:*** *Число сочетаний.*

Ввести понятие сочетания из *n* по *m* элементов Cnm, где 0≤ m ≤n. Рассмотреть формулы

Anm n!

Cnm = ––––, и Cnm = –––––––––,

Pm  m!(n – m)!

предложить ученикам проверить ее для частных случаев. Затем доказать с учениками эти формулы.

***Тема № 6:*** *Свойства числа сочетаний.*

Рассмотреть некоторые свойства числа сочетаний, обосновать их:

1) Cnm = Cnn–m (правило симметрии);

2) Cnm + Cnm+1 = Cn+1 m+1 (правило Паскаля).

Показать ученикам треугольник Паскаля:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| n | Cnm | | | | | | | | | | |
| 0 |  |  |  |  |  | 1 |  |  |  |  |  |
| 1 |  |  |  |  | 1 |  | 1 |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  | 1 |  | 2 |  | 1 |  |  |  |
| 3 |  |  | 1 |  | 3 |  | 3 |  | 1 |  |  |
| 4 |  | 1 |  | 4 |  | 6 |  | 4 |  | 1 |  |
| 5 | 1 |  | 5 |  | 10 |  | 10 |  | 5 |  | 1 |

***Тема № 7:*** *Контрольная работа по изученным темам с последующим анализом ошибок.*

***Тема № 8:*** *Формула Ньютона.*

Изучить бином Ньютона или формулу Ньютона:

(x+a)n = Cn0 xn a0 + Cn1 xn-1 a1  + + Cnn x0 an ,

где *n ε N* для любых *x* и *a.*

**Тематическое планирование**

**по курсу «Комбинаторные задачи и их решения»**

**9 класс**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Тема | Кол-во часов |  |  |
| 1 | Основные понятия комбинаторики и теории вероятностей | 1 |  |  |
| 2 | Решение исторических и комбинаторных задач | 1 |  |  |
| 3 | Комбинаторные задачи. Правило умножения | 1 |  |  |
| 4 | Дерево вариантов | 1 |  |  |
| 5 | Факториалы | 1 |  |  |
| 6 | Решение задач по теме «Факториалы» | 1 |  |  |
| 7 | Перестановки без повторений | 1 |  |  |
| 8 | Перестановки с повторениями | 1 |  |  |
| 9 | Размещение без повторений | 1 |  |  |
| 10 | Размещение с повторениями | 1 |  |  |
| 11 | Сочетания без повторений | 1 |  |  |
| 12 | Сочетания с повторениями | 1 |  |  |
| 13 | Треугольник Паскаля. Бином Ньютона | 1 |  |  |
| 14 | Решение задач по теме «Треугольник Паскаля. Бином Ньютона» | 1 |  |  |
| 15 | Проверочная работа по теме «Комбинаторика» | 1 |  |  |
| 16 | События достоверные, невозможные, случайные | 1 |  |  |
| 17 | Классическое понятие вероятных событий | 1 |  |  |
|  | итого | 17 |  |  |

**Занятия**

***Занятие №1,2***

Сформулированы и решены следующие задачи.

*Задача №1.* Сколько различных двузначных чисел можно записать при помощи цифр 2 и 5 так, чтобы в записи числа каждая из этих цифр содержалась только один раз?

Ответ: 25 и 52.

*Задача №2.* Дано трехэлементное множество В = {2;3;6}. Используя цифры 2, 3, 6 составить все трехзначные числа, в запись каждого из которых каждая из данных цифр входит только один раз; найти их число.

Ответ: P3 = 3·P2 = 6.

*Задача №3.* Аналогично найти, если М = {2; 7; 5; 3}.

Ответ: P4 = 4·P3 = 24.

На этих примерах был намечен путь к доказательству рекуррентной формулы:

А = {а1; а2;…; аn}, Pn = n·Pn-1.

***Занятие 3,4.***

Рассмотреть доказательство формулы Pn = n·Pn-1.

P1 = 1; P2 = 2·P1 ; P3 = 3·P2 ;…; Pn-1 = (n-1) ·Pn-2 ; Pn = n·Pn-1 .

Перемножив почленно левые и правые части, приведя соответствующие сокращения, мы получили Pn = 1·2·3·…(n-1)·n= n!;

Предложить для работы в группах задачи.

*Задача 1.* Упростить выражение

7!·4! 8! 9!

B = –––– · ( –––– – –––– ). Ответ: B=2/3.

10! 3!·5! 2!·7!

*Задача 2.* Упростить выражение

5! (m+1)!

D = ––––––– · –––– – ––, m>=1, m ε N. Ответ: D=20.

m(m+1) (m-1)!·3!

***Занятие №5,6.***

После повторения смысла записи В А и введения понятия упорядоченного множества поставить и решить следующую задачу.

Множество К={1;2;3;4;5}. С помощью этих цифр составить (без повторения цифр в числе): а) однозначные числа; б)2-значные; в)3-значные; г)4-значные; д)5-значные. Найти число таких решений. Ввести формулы для числа размещений и предложить для практической работы задачи.

*Задача 1.* Сколько всего семизначных телефонных номеров, в каждом из которых ни одна цифра не повторяется?

Ответ. A107 = 604800.

*Задача 2.* Сколько существует 2-значных чисел, в которых цифра десятков и цифра единиц различные и нечетные?

Ответ. A52 = 20.

Задача3.

Упростить выражение:

An6+An5

M = ––––––––, *n≥6, n ε N.*

An4

Ответ: M = (n-4)2

***Занятие №7,8.***

Для закрепления темы о числе перестановок после лекции провести дидактическую игру в виде математической эстафеты по решению задач.

*Задача 1.* Сколькими способами семь книг разных авторов можно расставить на полке в один ряд?

Ответ: 5040.

*Задача 2.* Сколькими способами можно разложить восемь различных писем по восьми различным конвертам, если в каждый конверт кладется только одно письмо?

Ответ: 40320.

*Задача3.*сколькими способами можно рассадить на скамейке пять человек?

Ответ: 120.

*Задача 4. сколькими способами можно составить список из семи учеников?*

Ответ: 5040.

***Занятие №9,10.***

Предложена следующая задача. Имеются десять различных точек, принадлежащих данной плоскости α, причем никакие три из них не лежат на одной прямой. Сколько прямых можно провести через эти точки, если каждая из прямых проходит через две различные точки?

Работая в парах, ученики сами должны прийти к ответу 10(10-1)/2, получить формулу Cnm. Для закрепления темы задачи.

*Задача 1.* составить все подмножества множества М = {а; б; в; г} и вычислить их число.

1. пустое множество: C40 =1
2. одноэлементные: C41 = 4
3. двухэлементные: C42 = 4!/(2!\*2!) = 6
4. трехэлементные: C43 = 4!/(3!\*1!) = 4

*Задача 2.* Двенадцать человек играют в городки. Сколькими способами они могут набрать команду из четырех человек на соревновании?

Ответ: C124 = 12!/(8!\*4!) = 495.

*Задача 3.* В выпуклом семиугольнике проведены всевозможные диагонали, при этом никакие три из них не пересекаются в одной точке. Сколько точек пересечения указанных диагоналей? Ответ: 35

*Задача 4*.У Нины есть семь разных книг по математике, а у Славы – девять разных книг по философии. Сколькими способами они могут обменяться друг с другом по пять книг? Ответ. 2646.

***Занятие №11,12.***

Для иллюстрации над доской повесить плакат с треугольником Паскаля. Предложить ученикам самим составить таблицы. Обосновать свойства:

1) Cnm = Cnn–m ;

2) Cnm + Cnm+1 = Cn+1 m+1 .

3) формулу 2n = Cn0 + Cn1 + Cn2 +…+ Cnn дать без доказательства. Желающие могут разобраться самостоятельно.

***Занятие №13.***

Контрольная работа.

*Задача 1.* Сколько всего четырехзначных чисел, у которых все цифры нечетные?

Ответ. 54

*Задача 2.* Вычислить:

а) 1· 1

[–– + ––––––] (m+1)!. Ответ: m+2.

m! (m+1)!

б) A53 – A52 P5

–––––––– + ––– . Ответ: 80.

P2 P2

*Задача 3.* Сколько всего делителей у числа 105? Ответ.8

*Задача 4.* Из семи гвоздик и пяти тюльпанов надо составить букет, состоящий из трех гвоздик и двух тюльпанов. Сколькими способами можно это сделать?

Ответ: 350.

Провести анализ контрольной работы.

***Занятие№14,15,.***

*Задача 1* написать разложение по формуле бинома Ньютона и упростить*:*

1. (a-4)4; 2. (а + 2в)5 ; 3. (а – √2 )6 ; 4. (а – 2/в)5 .

*Задача 2.* Найти два средних члена разложения (а3 + ав)21 .

*Задача 3.* Найти в разложении (х3 + 1/х3)18 член, не содержащий x.

*Задача 4.* Сколькими способами можно составить колонку из десяти автобусов и трех легковых автомобилей, считая, что все автобусы и все автомобили одинаковых марок?

***Занятие №16,17.***

Ознакомительный материал по данной теме. Урок-лекция.